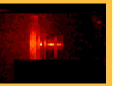
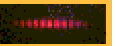




# ONDAS ESTACIONARIAS

Una onda estacionaria es el resultado de la superposición de dos movimientos ondulatorios armónicos de igual amplitud y frecuencia que se propagan en sentidos opuestos a través de un medio. Pero la onda estacionaria NO ES una onda viajera, puesto que su ecuación no contiene ningún término de la forma $kx$-$\omega t$. Por sencillez, tomaremos como ejemplo para ilustrar la formación de ondas estacionarias el caso de una onda transversal que se propaga en el sentido de izquierda a derecha ($\rightarrow$) en una cuerda sujeta por sus extremos; esta onda incide sobre el extremo derecho y se produce una onda reflejada que se propaga en el sentido de derecha a izquierda ($\leftarrow$). Además, cuando la onda se refleja, sufre un cambio de fase de $\pi$ radianes respecto a la incidente. La superposición de las dos ondas, incidente y reflejada, da lugar, en ciertas condiciones, a ondas estacionarias.

AJB Lecciones de Física

# ONDAS ESTACIONARIAS (2)

**Superposición de ondas viajeras en sentidos contrarios. Expresándolas en forma coseno.**

Ecuación de la onda incidente, sentido (→): $y_1 = A\cos(kx - \omega t)$ $\qquad k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$

Ecuación de una onda en sentido contrario (←): $y_{\leftarrow} = A\cos(kx + \omega t)$ $\qquad \omega = 2\pi f = \dfrac{2\pi}{T}$

Además, cuando la onda viajera se refleja en un extremo, su fase cambia en $\pi$ radianes.

$$y_2 = -A\cos(kx + \omega t) = -A\cos kx\cos\omega t + A\sin kx\sin\omega t$$

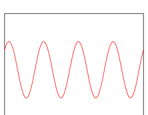
$$y_1 = A\cos(kx - \omega t) \quad = A\cos kx\cos\omega t + A\sin kx\sin\omega t$$

$$y_2 = -A\cos(kx + \omega t) = -A\cos kx\cos\omega t + A\sin kx\sin\omega t$$

Resultado de la superposición

$$y = y_1 + y_2 = \underbrace{2A\sin kx}\sin\omega t$$

Cada punto de la cuerda vibra con un MAS de amplitud igual a 2*A* sen *kx*, es decir, la amplitud depende de la posición del punto en la cuerda.

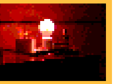


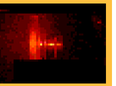
Véase applet en

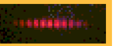
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/ondas/estacionarias/estacionarias.html

AJB

Lecciones de Física







# ONDAS ESTACIONARIAS (3)

¿Se producen ondas estacionarias en una cuerda para cualquier par de ondas incidente y reflejada?

**NO!**

Como los puntos extremos de la cuerda están fijos por hipótesis, la vibración en ellos tiene que ser nula; es decir, si la cuerda donde se propagan las ondas tiene longitud $L$, en los extremos $x = 0$ y $x = L$ han de verificarse en cualquier instante las condiciones siguientes:

$$\begin{cases} y\big|_{x=0} = 2A\,\mathrm{sen}\,0 = 0 \\ y\big|_{x=L} = 2A\,\mathrm{sen}\,kL = 0 \end{cases}$$

$$kL = n\pi \qquad n = 1,2,3,\ldots$$

$$\frac{2\pi}{\lambda}L = n\pi$$

$$\boxed{L = n\frac{\lambda}{2}}$$

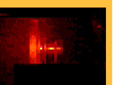
La condición $L = n\lambda/2$ quiere decir que aparecen ondas estacionarias **sólo en aquellos casos** que cumplan el requisito de *que la longitud de la cuerda sea un múltiplo entero de la semilongitud de onda.*

Esto significa que en una cuerda de longitud $L$ dada, sólo aparecen ondas estacionarias para ciertas frecuencias de vibración $f_n$, aquellas que cumplen la condición

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n}$$

$v$ = velocidad de propagación

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$



# ONDAS ESTACIONARIAS (4)

En una onda estacionaria se distinguen los puntos nodales (o simplemente nodos), que son aquellos puntos en que la amplitud es nula, es decir, posiciones donde no hay vibración; los vientres o antinodos de la onda estacionaria, por el contrario, son los puntos en donde la vibración se produce con la máxima amplitud posible.

La distancia entre dos nodos consecutivos es igual a media longitud de onda.
En efecto, un nodo cualquiera, situado en la posición $x_m$, cumple la condición

$$\operatorname{sen} kx_m = 0 \qquad kx_m = m\pi \qquad x_m = m\frac{\lambda}{2}$$

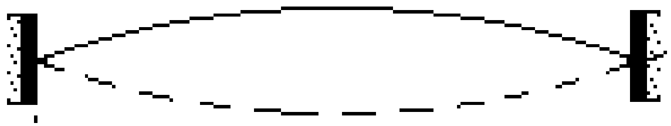
donde $m$ toma todos los valores sucesivos $m = 1, 2, \ldots, n-1$

La frecuencia más baja para la que se observan ondas estacionarias en una cuerda de longitud $L$ es la que corresponde a $n = 1$. Ésta se denomina *frecuencia fundamental*, y cuando la cuerda vibra de este modo no se presentan nodos intermedios entre sus dos extremos. La siguiente posibilidad, el caso $n = 2$, se llama segundo armónico, y presenta un nodo intermedio. A continuación $n = 3$, tercer armónico, tiene dos nodos intermedios.

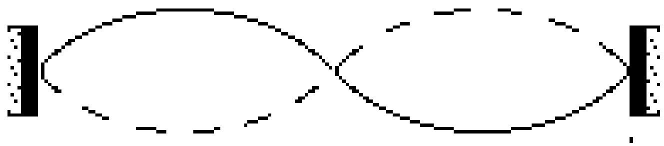
Para el armónico $n$-ésimo, el número de nodos intermedios entre los extremos es $n$-1, y su frecuencia y su longitud de onda son, respectivamente,

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} \qquad \lambda_n = \frac{2L}{n}$$

# ONDAS ESTACIONARIAS (5)



FUNDAMENTAL
$n = 1$

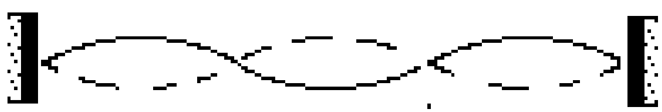


SEGUNDO ARMÓNICO
$n = 2$

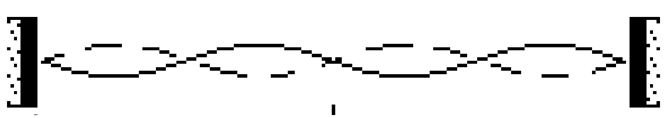
$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

$$\downarrow$$

$$L = \frac{1}{2} n\lambda_n$$

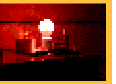


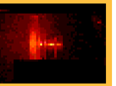
TERCER ARMÓNICO
$n = 3$

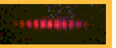


CUARTO ARMÓNICO
$n = 4$

http://www.phys.unsw.edu.au/~jw/graphics/standing.GIF







# ONDAS ESTACIONARIAS (6)

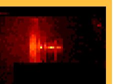
Velocidad de propagación de las ondas en una cuerda

En una cuerda de densidad lineal $\mu$ (masa por unidad de longitud) sometida a la tensión $T$ , la velocidad de propagación de una onda viene dada por

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Considerando además la relación entre la velocidad de propagación, la frecuencia y la longitud de onda, puede demostrarse que las frecuencias para las que se observarán ondas estacionarias en una cuerda están dadas por:

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$$



# PARTE EXPERIMENTAL

1. Determinación de la densidad lineal de masa de la cuerda sin estirar $\mu_0$ (medidas directas de $m_0$ y $L_0$).
2. Medida directa de la longitud de cuerda que se va a estirar $L'$ y cálculo de su masa $m \rightarrow m = \mu_0 L'$
3. Medida directa de la longitud de cuerda estirada $L$ y cálculo de su densidad lineal de masa $\mu \rightarrow \mu = m/L$
4. Medida directa de tensión y cálculo de velocidad de propagación de ondas transversales en la cuerda $\rightarrow v = \sqrt{T/\mu}$
5. Estudio de tres armónicos distintos: medida de la frecuencia $f_n$ y de la longitud de onda $\lambda_n$ para cada valor de $n$, y cálculo de frecuencia angular $\omega$ y número de ondas $k$. A partir de éstos, determinación independiente de la velocidad de propagación.
6. Comparar la velocidad de propagación (tarea 4) con el promedio de las velocidades obtenidas en tarea 5. Escribir la ecuación de onda para cada armónico estudiado.

**Datos de la cuerda**

| | | **Medidas** ↓ | **Unidades S.I.** ↓ |
|---|---|---|---|
| (sin estirar) | | | |
| masa | $\boldsymbol{m_0}$ (g) = | | |
| longitud | $\boldsymbol{L_0}$ (cm) = | | |
| Dens. lineal | $\mu_0$ (g/cm) = | | |
| (parte a estirar) | | | |
| longitud | $\boldsymbol{L'}$ (cm) = | | |
| masa ($\mu_0 \boldsymbol{L'}$) | $\boldsymbol{m}$ (g) = | | |
| (parte estirada) | | | |
| <u>**longitud**</u> | $\boldsymbol{L}$ (cm) = | | |
| Dens. lineal $\boldsymbol{m/L}$ | $\mu$ (g/cm) = | | |

**Medidas de la onda estacionaria**

Tensión $\boldsymbol{T}$ (N) = ______

Velocidad $\boldsymbol{v}$ (m/s) = ______

$\boldsymbol{v} = \sqrt{(\boldsymbol{T}/\mu)}$

**Cálculos onda estacionaria**

Velocidad ($\omega/\boldsymbol{k}$) $\boldsymbol{v}$ (m/s) = ______

Armónico $\boldsymbol{n}$ = ______ Long. onda $\lambda$ (m) = ______

Frecuencia $\boldsymbol{f_n}$ (Hz) = ______ Núm. ondas $\boldsymbol{k}$ ($m^{-1}$) = ______

Frec. angular $\omega$ (rad/s) = ______

Ecuación de onda:

Armónico $\boldsymbol{n}$ = ______ Long. onda $\lambda$ (m) = ______

Frecuencia $\boldsymbol{f_n}$ (Hz) = ______ Núm. ondas $\boldsymbol{k}$ ($m^{-1}$) = ______

Frec. angular $\omega$ (rad/s) = ______

Ecuación de onda:

Armónico $\boldsymbol{n}$ = ______ Long. onda $\lambda$ (m) = ______

Frecuencia $\boldsymbol{f_n}$ (Hz) = ______ Núm. ondas $\boldsymbol{k}$ ($m^{-1}$) = ______

Frec. angular $\omega$ (rad/s) = ______

Ecuación de onda: